ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΠΑ.Λ. Α΄ & Β΄

21 ΜΑΪΟΥ 2015

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Για μία συνεχή συνάρτηση f να γράψετε τις τρεις κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων.

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι μοναδική.

(Μον. 2)

β) Έστω συνεχής συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$ και x_0 ένα στάσιμο σημείο της f (δηλαδή $f'(x_0) = 0$). Αν η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο x_0, τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 όταν $f''(x_0) < 0$.

(Μον. 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$. Τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx = \alpha \text{, όπου } \alpha \in \mathbb{R}^*$$

(Μον. 2)

δ) Αν οι συναρτήσεις $f, g : A \to \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους Α, τότε και η $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο Α και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

(Μον. 2)

ε) Η σχετική συχνότητα τιμής x_i μίας μεταβλητής συμβολίζεται με f_i και ισχύει $f_i = \frac{\nu_i}{\nu}$.

(Μον. 2)

Μονάδες 10

Α3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\int_{a}^{\beta} \frac{1}{x}\,dx = \ldots$, με $\beta > \alpha > 0$

(Μον. 3)

β) $(c)' = \ldots$, αν c σταθερά.

(Μον. 3)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΟΡΙΖΟΝΤΕΣ ΑΛΙΜΟΥ

γ) Αν η μεταβλητή x παίρνει τιμές $x_1, x_2, \ldots, x_k$ με αντίστοιχες συχνότητες $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_k$, τότε η μέση τιμή της μεταβλητής είναι: $\bar{x} = \ldots$

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ΄ τάξης ενός ΕΠΑ.Λ. για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής:

Χρόνος σε λεπτά	**Κέντρο κλάσης** κ_i	**Συχνότητα** ν_i	**Αθροιστική Συχνότητα** N_i	$\kappa_i \cdot \nu_i$
[5, 15)		**20**		
[15, 25)			**34**	
[25, 35)		**12**		
[35, 45)				
ΣΥΝΟΛΑ		ν **= 50**		

Β1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.

Μονάδες 7

Β2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ του χρόνου, που χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το διαγώνισμα.

Μονάδες 5

Β3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 (Μον. 7) και την τυπική απόκλιση s της μεταβλητής (Μον. 2).

Μονάδες 9

Β4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας CV%.

Μονάδες 4

(Δίνεται: $\sqrt{96} \approx 10$)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda}, & \text{αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & \text{αν } x \le 2 \end{cases}$$

όπου $\lambda \in \mathbb{R}^*$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΟΡΙΟΝΤΕΣ ΑΛΙΜΟΥ

Γ1. Να βρείτε το:

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)$$

Μονάδες 4

Γ2. Να βρείτε το:

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)$$

Μονάδες 8

Γ3. Να βρείτε για ποιές τιμές του λ η συνάρτηση είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 6

Γ4. Για $\lambda = 1$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 f(x)\,dx$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Μία ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος B (B σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο t (t σε έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15,\ 0 \le t \le 10$$

Δ1. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.

Μονάδες 5

Δ2. Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;

Μονάδες 8

Δ3. Να αποδείξετε ότι, αν $t \in [6, 9]$, τότε ισχύει:

$$B(9) \le B(t) \le B(6)$$

Μονάδες 5

Δ4. Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;

Μονάδες 7

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΟΡΙΖΟΝΤΕΣ